Homework 5
Exercise 48

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_1K_2K_3}{(0.5s+1)(s+1)(0.25s+1)+K_1K_2K_3}$$

Closed loop T.F.

ให้ $K = K_1K_2K_3$

Characteristic Equation

$$q(s) = \underbrace{(0.5s+1)(s+1)}(0.25s+1)+K$$

$$= (0.5s^2+\underbrace{0.5s+s}_{1.5s}+1)(0.25s+1)+K$$

$$= 0.125s^3+0.5s^2+0.375s^2+1.5s+0.25s+1+K$$

$$q(s) = 0.125s^3+0.875s^2+1.75s+1+K$$

Routh – Hurwitz matrix is

$$\begin{array}{c|ccc} s^3 & 0.125 & 1.75 & 0 \\ s^2 & 0.875 & 1+K & 0 \\ s^1 & b & 0 & \\ s^0 & c & & \end{array}$$

$$b = \frac{(1+K)(0.125)-(0.875)(1.75)}{-0.875}$$

$$b = 1.60714 - 0.142857K$$

$$c = \frac{0 - \cancel{(b)}(1+K)}{-\cancel{b}}$$

$$c = 1+K$$

เพื่อระบบจะมีเสถียรภาพ คอลัมน์แรกต้องไม่เกิดการเปลี่ยนเครื่องหมาย +,-

ดังนั้น $b > 0$ และ $c > 0$

$1.60714 - 0.142857K > 0$ และ $1+K > 0$

$K < 11.23$ $\quad$ $K > -1$

ได้ว่า

$$-1 < K < 11.23$$

Exercise 49

Characteristic Equation, $q(s)$

$$q(s) = s^4 + 20s^3 + k_1 s^2 + 4s + k_2 = 0$$

Routh–Hurwitz Array is

| | | | |
|---|---|---|---|
| $s^4$ | $1$ | $k_1$ | $k_2$ |
| $s^3$ | $20$ | $4$ | $0$ |
| $s^2$ | $b$ | $c$ | $0$ |
| $s^1$ | $d$ | $0$ | |
| $s^0$ | $e$ | | |

$$b = \frac{(1)(4) - k_1(20)}{-20}$$

$$b = k_1 - 0.2$$

$$c = \frac{(1)(0) - (20)k_2}{-20}$$

$$c = k_2$$

$$d = \frac{20c - 4b}{-b}$$

$$d = \frac{20k_2 - 4(k_1 - 0.2)}{-(k_1 - 0.2)}$$

$$d = \frac{20k_1 - 4 - 100k_2}{5k_1 - 1}$$

$$e = \frac{0 - dc}{-d} = c = k_2$$

เพื่อให้เกิดเสถียรภาพ Stability จะต้องไม่เกิดการเปลี่ยนเครื่องหมาย +, − ดังนี้

$b > 0 \Rightarrow k_1 > 0.2$

$d > 0 \Rightarrow \dfrac{20k_1 - 4 - 100k_2}{5k_1 - 1} > 0$ combined $k_2 < 0.2k_1 - 0.04$

$e > 0 \Rightarrow k_2 > 0$

เพื่อเกิด stability : $k_1 > 0.2$, $k_2 > 0$ และ $k_2 < 0.2k_1 - 0.04$